

# גלים אור ואופטיקה

פרק 8 - גלים דו מימדיים ומנחה גלים

תוכן העניינים

1. גלים דו מימדיים.....1

## גלים דו מימדיים

## רקע

משוואת הגלים :

$$\frac{T}{\rho} \left( \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right) = \frac{\partial^2 z}{\partial t^2}$$

$T$  - מתיחות ליחידת אורך.  
 $\rho$  - צפיפות מסה ליחידת שטח.

פתרון :

$$z(x, y, t) = A e^{i(k_x x + k_y y - \omega t)}$$

$$\vec{k} = (k_x, k_y)$$

כיוון וקטור הגל  $\vec{k}$  הוא כיוון התקדמות הגל וחזיתות הגל הן במאונך אליו.

אורך הגל :

$$\lambda = \frac{2\pi}{|\vec{k}|}$$

יחס הנפיצה :

$$\omega^2 = \frac{T}{\rho} (k_x^2 + k_y^2) = v^2 \cdot |\vec{k}|^2$$

$$v = \sqrt{\frac{T}{\rho}}$$

תנאי שפה מלבנים עבור שפה קשורה :

$$z(x, y, t) = \sum_{m,n} A_{m,n} \sin\left(\frac{\pi n}{L_x} x\right) \sin\left(\frac{\pi m}{L_y} y\right) \cos(\omega_{m,n} t + \varphi_{m,n})$$

## שאלות

## (1) תנאי התחלה משולשים בתוף ריבועי

נתון תוף ריבועי כך ש:  $0 \leq x, y \leq L$ . התוף קשור בקצוותיו ובעל מתיחות ליח' אורך  $T$  וצפיפות  $\rho$ . מותחים את מרכז התוף במרכזו ומשחררים ממנוחה כך שבזמן:  $t = 0$  נוצרת בו הצורה:

$$z(x, y, 0) = Af(x)f(y)$$

$$f(q) = \begin{cases} q & , 0 \leq q \leq \frac{L}{2} \\ L - q & , \frac{L}{2} \leq q \leq L \end{cases}$$

- א. מצאו את מקדמי הפרישה ורשמו את הצורה הכללית של פונקציית הגל.
- ב. מצאו את פונקציית הגל אם ראשית הצירים הייתה במרכז התוף ולא בפינה רמז: אין צורך לפתור מחדש.
- ג. נניח כי כל מקדם פרישה הקטן מ-  $\frac{411}{100}$  הוא זניח. כמה מקדמי פרישה משמעותיים קיימים (ללא מקדמים המאפסים את הפונקציה).

## (2) תוף ריבועי לא איזוטרופי

- נתון תוף ריבועי בגודל  $L_x L_y$ , התפוס בקצותיו. התוף אינו איזוטרופי, המתיחות בציר  $x$  היא  $T_x$  והמתיחות בציר  $y$  היא  $T_y$ .
- א. רשמו את משוואת הגלים עבור התוף.
  - ב. מהו יחס הנפיצה?
  - ג. מהם אופני התנודה?

## תשובות סופיות

$$z(x, y, t) = \sum_{m,n} A_{m,n} \sin\left(\frac{\pi n}{L} x\right) \sin\left(\frac{\pi m}{L} y\right) \cos(w_{m,n} t) \quad \text{א. (1)}$$

$$A_{m,n} = \frac{16L^2}{\pi^2 m^2 n^2} \sin\left(\frac{\pi n}{2}\right) \sin\left(\frac{\pi m}{2}\right)$$

$$w_{m,n} = \frac{T}{\rho} \cdot \frac{\pi^2}{L^2} (n^2 + m^2)$$

$$z(x, y, t) = \sum_{m,n} A_{m,n} \sin\left(\frac{\pi n}{L} \left(x + \frac{L}{2}\right)\right) \sin\left(\frac{\pi m}{L} \left(y + \frac{L}{2}\right)\right) \cos(w_{m,n} t) \quad \text{ב.}$$

ג. 10

$$\frac{T_x}{\rho} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{T_y}{\rho} \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} \quad \text{א. (2)}$$

$$w^2 = \frac{T_x}{\rho} k_x^2 + \frac{T_y}{\rho} k_y^2 \quad \text{ב.}$$

$$z(x, y, t) = \sum_{m,n} A_{m,n} \sin\left(\frac{\pi n}{L_x} x\right) \sin\left(\frac{\pi m}{L_y} y\right) \cos(w_{m,n} t + \varphi_{m,n}) \quad \text{ג.}$$